

## SUR L'ÉTUDE DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE DU BÉTON EN COMPRESSION : TRAITEMENT DES DONNÉES ET VALIDATION DES ESSAIS

### ON THE STUDY OF THE DYNAMIC BEHAVIOR OF CONCRETE IN COMPRESSION: DATA ANALYSIS AND TEST VALIDATION

---

Réception : 17/03/2022

Acceptation : 11/05/2022

Publication : 08/06/2022

---

BENIDIR Adel<sup>1</sup>, DEMARTINO Cristoforo<sup>2</sup>, AMARA Mohamed<sup>1</sup>, MAHDAD M'hamed<sup>1</sup>, BENSLIMANE Abdelhakim<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Centre National d'Etudes et Recherches Intégrées du Bâtiment (CNERIB), Souidania-Alger, Algérie, abenidir.cnerib@gmail.com

<sup>2</sup> Zhejiang University - University of Illinois at Urbana Champaign Institute, China, cristoforo.demartino@me.com

<sup>1</sup> Centre National d'Etudes et Recherches Intégrées du Bâtiment (CNERIB), Souidania-Alger, Algérie, mamara1@yahoo.com

<sup>1</sup> Centre National d'Etudes et Recherches Intégrées du Bâtiment (CNERIB), Souidania-Alger, Algérie, mahdadcnerib@gmail.com

<sup>3</sup> Laboratoire Mécanique Matériaux et Énergétique (L2ME), Université de Bejaia, Béjaia, Algérie, abdelhakim.benslimane@univ-bejaia.dz

**Résumé** - Cet article décrit les différentes étapes de la dérivation des courbes contrainte-déformation des matériaux soumis à des chargements dynamiques, en compression, à l'aide d'une installation de Kolsky. Ce dispositif permet de solliciter des matériaux à des vitesses de déformation allant jusqu'à  $10^4 \text{ s}^{-1}$ . Le schéma de principe de son fonctionnement repose sur l'utilisation de barres élastiques dites barres de Hopkinson. Une revue sur le développement des barres de Hopkinson est brièvement introduite avec des indications explicites sur l'influence de la dispersion des ondes mécaniques sur la dérivation et l'interprétation de la courbe contrainte-déformation. L'importance de disposer des propriétés mécaniques des barres et des échantillons est discutée. L'équation de fréquence qui décrit la propagation des ondes dans une barre de longueur infinie est résolue numériquement et des racines de plusieurs modes sont obtenues. Il est aussi question, dans ce travail, de mettre en évidence la primordialité, lors du dépouillement, de bien valider les différentes parties à l'instar de la délimitation. Finalement, les résultats d'un essai réalisé sur une installation de Kolsky avec des barres de diamètre de 155 mm sont présentés et des conclusions importantes sont déduites.

**Mots - clés** : Comportement dynamique des matériaux, barre de Hopkinson, dispersion des ondes mécaniques, facteur d'amplification dynamique.

**Abstract**- This paper describes the different stages of the derivation of stress-strain curves of materials subjected to dynamic loading, in compression, using Kolsky apparatus. The apparatus is extensively used to perform dynamic tests under high strain rates, up to  $10^4 \text{ s}^{-1}$ . The installation is composed of pressure bars, named Hopkinson bars. A comprehensive review of developments of the Hopkinson pressure bars is reported with a particular emphasis on the contribution of the dispersion in the distortion of a periodic disturbance and its influence on the derivation of the stress-strain curve. The importance to provide the mechanical properties of the pressure bars and the samples is pointed out. The frequency equation which describes the propagation of waves in a bar of infinite length is numerically solved and roots of various modes are obtained. Furthermore, this work highlights the critical influence of the validation of the different processing stages such as delimitation. Finally, the results of a test carried out on a Kolsky apparatus with a bar diameter of 155 mm are presented and important conclusions are drawn.

**Keywords** : Dynamic behavior of materials, Hopkinson pressure bar, dispersion of waves, dynamic increase factor.

## 1- Introduction

L'étude du comportement mécanique des matériaux a pour but de connaître leurs réponses à une sollicitation donnée. A travers ces réponses, une liste de propriétés mécaniques des matériaux est établie. Pour les définir usuellement en laboratoire, les tests réalisés sur des échantillons du matériau à caractériser sont conduits en mode dit "*quasi-statique*". Avec cet essai, on considère que le matériau accuse des microdéformations pour chaque pas du temps de chargement. Cette classification est basée sur ce qu'on appelle la vitesse de déformation qui est la dérivée par rapport au temps de la déformation ( $\frac{d\varepsilon}{dt}$ ), exprimée en  $s^{-1}$ . Connaître la réponse d'un matériau ou d'une structure à une sollicitation est primordiale. Par exemple, si l'objectif est de valider la tenue au fluage d'une structure sous l'effet de son propre poids, la vitesse de déformation à considérer sera très faible. Par contre, si on s'intéresse à valider la tenue aux séismes de cette structure, alors cette même vitesse de déformation pourra prendre des valeurs beaucoup plus élevées et la loi de comportement à utiliser sera différente. Cette loi de comportement doit être dérivée après l'étude de la réponse des matériaux à un chargement dynamique. Pour une disposition en ordre croissant du taux de déformation, le Tableau 1 liste les essais et quelques événements associés aux intervalles de taux de déformation rapportés.

Pour l'objet de ce travail, l'intervalle de vitesses de déformation ciblé est compris entre  $10^2$  à  $10^4$   $s^{-1}$  et le type d'essai se référant relève de la dynamique rapide.

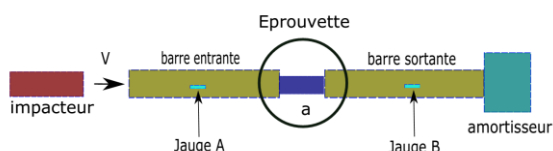
**Tableau 1.** Taux de déformation et essais correspondant [1]

**Tableau 2.** Strain rates and corresponding tests [1]

| Taux de déformation $\dot{\varepsilon}$ ( $s^{-1}$ ) | Essai (événement)                                   |
|--|---|
| $10^{-8}$ à $10^{-6}$                                | Fluage  |
| $10^{-4}$ à $10^{-2}$                                | Quasi- statique (chocs mous, exemple des véhicules) |
| 1  | Intermédiaire (explosions)                          |
| $10^2$ à $10^4$                                      | Taux de déformation élevés (battage de pieux)       |
| $10^6$   | Taux de déformation très élevés                     |

La mise en place expérimentale de l'essai en dynamique rapide a été initiée par Bertram Hopkinson [2]. Les principaux composants de l'appareil construit par Hopkinson étaient une longue barre d'acier cylindrique, un garde-temps et un pendule balistique. L'expérience a été matérialisée par l'impact d'une balle en plomb ou par la détonation de la nitrocellulose sous forme de coton-poudre près de l'extrémité de la barre cylindrique opposée à l'extrémité de laquelle était attachée la montre. L'impact produit une onde de compression (contrainte) supposée se propager sans distorsion le long de la barre et à travers l'articulation entre la barre et la montre. La distribution de la contrainte sur la section transversale de la barre est considérée uniforme. Ce principe de base de transporter une onde mécanique à travers une barre élastique (guide d'onde) constitue le début d'une longue série d'appareils inventés dans ce sens. En plus de Hopkinson, deux autres chercheurs, Taylor [3] et Kolsky [4] ont contribué de façon significative au développement de la mesure des propriétés dynamiques des matériaux en compression. En référence à sa contribution, quelques auteurs nomment ce dispositif "*barre de Kolsky*" car il a été le premier à placer deux longues barres en série avec l'échantillon intercalé au milieu (Figure 1). Une installation basique d'un système de mesure à l'aide de guide d'onde est initialement composée de deux barres. Une première barre dite entrante (ou incidente) à travers laquelle l'impulsion générée par l'impact d'un projectile se propage et une seconde barre dite sortante (ou de transmission) qui vient juste

au contact de l'éprouvette placée au milieu. D'où le terme en anglais '*Split*' qui veut dire coupé en deux (Split Hopkinson Pressure Bar). La contrainte et la déformation de l'éprouvette insérée entre les deux barres sont déduites des signaux mesurés par les deux ponts de jauges (marquées A et B dans la figure 1). Ces ponts de jauges enregistrent la forme des ondes incidente, réfléchi et transmise.



**Figure 1.** Kolsky apparatus, components of a Split-Hopkinson Pressure Bar

**Figure 1.** Installation de Kolsky, dispositif d'essai à basse de barres de Hopkinson

Les impulsions uniformes de contraintes incidentes et réfléchies se propageant à vitesse constante enregistrées à la surface des barres permettent via des relations simples de remonter à la loi de comportement dynamique des matériaux testés.

Par ailleurs, sous ce type de chargement, il a été observé une croissance de la résistance des matériaux. Cette augmentation est exprimée par un coefficient appelé facteur d'amplification dynamique et il représente le rapport entre la résistance sous des vitesses de déformation élevées et la résistance en quasi-statique (DIF pour Dynamic Increase Factor en anglais). Par exemple, pour des éprouvettes en béton sollicitées en compression, ce rapport peut atteindre 3,5 [5, 6]. Pour le cas des géomatériaux, leur sensibilité selon la plage de vitesses de déformations peut être liée à trois phénomènes : l'effet Stefan [7], le taux de sensibilité de la propagation des fissures [8] et l'effet d'inertie [9]. Bien que les dispositifs d'essai en dynamique rapide soient relativement faciles à mettre en œuvre, la validation des données expérimentales restent un sujet scientifique préoccupant.

Cet article tente de retracer les étapes importantes de la construction des courbes contrainte-déformation des matériaux soumis aux conditions d'essai réalisé à l'aide d'une installation de Kolsky. Ce dispositif est largement utilisé pour l'étude du comportement dynamique des matériaux. Il est composé

généralement de barres élastiques appelées barres de Hopkinson. Une attention particulière est alors portée sur le traitement des signaux numériques après réalisation des essais. La délimitation et la prise en charge de la dispersion des signaux sont décrites explicitement. Un exemple d'application est traité en s'appuyant sur des données brutes obtenues d'un test expérimental sur des barres élastiques de 155 mm de diamètre. La validation de l'essai a permis de se prononcer sur des conclusions importantes.

## 2- Théorie de mesure et validation

Dans les conditions d'un dépouillement selon l'approche simplifiée, la barre de Hopkinson vibre en mode fondamental et se propage à une vitesse constante qui dépend uniquement du module d'élasticité de la barre et de sa masse volumique. Les éléments de la barre se dilatent et se contractent sans déplacement latéral de l'axe de la barre. Kolsky [10] a énuméré les hypothèses de la condition de propagation unidimensionnelle de l'onde comme suit :

- Chaque section transversale plane restera plane pendant le déplacement ;
- La contrainte sur la section transversale sera uniforme ;
- La longueur d'onde de la sollicitation sera grande par rapport à la dimension en coupe transversale de la barre.

La relation entre la contrainte et la vitesse des particules ( $v = \frac{dU}{dt}$ ;  $U$ ).  $U$  le déplacement de la section transversale plane est donnée par [11] :

$$\sigma = \rho C_0 v \quad (1)$$

Le produit  $\rho C_0$  est communément appelé impédance acoustique du matériau [12]. Sur une installation de Kolsky, si l'impédance acoustique ou la surface de l'échantillon est différente de celle des barres de pression, une partie de l'onde de contrainte compressive sera réfléchi à la première interface sous forme d'une onde de traction et une partie de l'onde de contrainte sera transmise à l'échantillon vers la barre sortante. Lorsque l'onde de contrainte se propageant le long de l'échantillon atteint la deuxième interface éprouvette-barre, une autre décomposition se produit. Une partie de l'onde est alors réfléchi et une autre partie transmise à la barre sortante. Cette fois-ci, l'onde réfléchi à

la seconde interface est compressive. Elle vient au passage amplifier la contrainte appliquée à l'échantillon. Néanmoins, la validation d'un test de compression réalisé avec une installation de Kolsky impose la vérification de la déformation tout au long du chargement. La condition pour obtenir des résultats fiables est d'imposer à l'éprouvette un état de contrainte uniforme, appelée équilibre de contrainte où la contrainte ( $\sigma$ ), la déformation ( $\varepsilon$ ) et la vitesse de déformation ( $\dot{\varepsilon}$ ) sont données respectivement :

$$\sigma = \frac{EA}{2A_S} (\varepsilon_I + \varepsilon_R + \varepsilon_T) \quad (2)$$

$$\varepsilon(t) = \frac{-2C_0}{L_S} \int_0^t \varepsilon_R(t) dt \quad (3)$$

$$\dot{\varepsilon}(t) = \frac{-2C_0}{L_S} \varepsilon_R(t) \quad (4)$$

Avec  $A$  et  $A_S$  les sections de la barre et de l'échantillon respectivement ; les indices  $I$ ,  $R$  et  $T$  sont relatifs aux signaux incidents, réfléchis et transmis. En pratique, l'éprouvette est considérée en état équilibre de contrainte si [13] :

$$R(t = t^*) = \frac{\Delta\sigma(t=t^*)}{\sigma(t=t^*)} \times 100\% \leq 5\% \quad (5)$$

Avec  $t^*$  le temps enregistré à la résistance maximale ;  $\Delta\sigma = |\sigma_1 - \sigma_2|$  ;  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  sont respectivement données par :

$$\sigma_1 = \frac{EA}{A_S} (\varepsilon_I + \varepsilon_R) \quad (6)$$

$$\sigma_2 = \frac{EA}{A_S} (\varepsilon_T) \quad (7)$$

La seconde condition fait référence à la dépendance du comportement du matériau à la vitesse de déformation. A cette fin, l'éprouvette doit être déformée à une vitesse de déformation constante [14]. Un facteur de constance de la vitesse de déformation pour évaluer la dépendance à la vitesse de déformation (CSRf) est alors introduit [15] :

$$CSRf = \frac{\int_{t_{70\%}}^{t^*} (\dot{\varepsilon}(t) - \bar{\dot{\varepsilon}})}{t^* - t_{70\%}} \quad (8)$$

Avec  $t_{70\%}$  correspond à 70 % de  $t^*$  et  $\bar{\dot{\varepsilon}}$  à la vitesse de déformation moyenne. L'éprouvette est sollicitée à une vitesse de déformation constante pour un CSRf inférieur à 0,3 [15].

### 3- Construction et essai

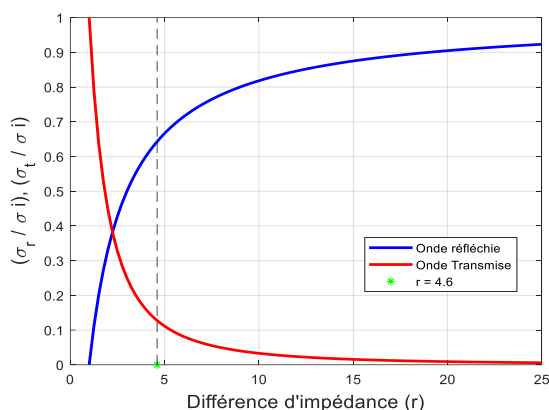
Lors de la conception d'une installation de Kolsky, il est nécessaire en premier lieu, de préciser le type de matériaux à étudier en dynamique rapide. La masse volumique et le module d'élasticité des matériaux à caractériser doivent être connus afin de cibler la nature des barres élastiques à mettre en place. Cette étape est impérative pour extraire les grandeurs des signaux des ondes réfléchies et transmises tout en assurant les conditions requises à la validation des données expérimentales. Un coefficient, noté  $r$ , lié à la différence d'impédance entre les barres et l'éprouvette est alors définie et il est donné par [13] :

$$r = \frac{\rho_0 C_0 A}{\rho C A_S} \quad (9)$$

Avec  $\rho_0 C_0$  et  $\rho C$  les impédances acoustiques de la barre et de l'éprouvette respectivement.

Il est important de s'assurer d'avoir une valeur de  $r$  différente de l'unité ( $r \neq 1$ ), dans un premier temps, pour éviter une transmission de la perturbation mécanique quasi-complète à la barre de transmission (absence d'onde réfléchie). Cependant, pour une valeur du coefficient  $r$  très élevée, l'ordre de grandeur de l'onde réfléchie sera très proche de celui de l'onde incidente et par conséquent, l'échantillon ne peut être déformé plastiquement. La figure 2 illustre l'évolution en amplitudes adimensionnelles des ondes réfléchie et transmise en fonction du coefficient  $r$  pendant le temps de transition en supposant une réponse élastique linéaire de l'échantillon. A titre d'exemple, pour une installation de Kolsky dont les propriétés physiques ( $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$ ) et mécaniques (module d'élasticité  $E = 208 \text{ GPa}$ ) des barres sont données dans [16] et pour un béton d'une résistance à la compression, à 28 jours, de 30 MPa et d'une masse volumique de  $2400 \text{ kg/m}^3$ , la valeur du coefficient  $r$  est estimée à 4,6 (exemple d'application détaillé dans la section 5)





**Figure 2.** Transmission and reflection ratios vs.

$r$

**Figure 2.** Taux de réflexion et de transmission en fonction de la différence d'impédance ( $r$ )

Une fois que le choix du matériau composant les barres et l'impacteur est fixé, il est impératif de contrôler la vitesse de projection de l'impacteur pour imposer une déformation élastique de la barre incidente. La relation théorique entre la vitesse de l'impacteur ( $V$ ) et la déformation incidente ( $\varepsilon_I$ ) générée suite à l'impact est donnée par [16] :

$$\varepsilon_I = \frac{V}{2C_0} \quad (10)$$

D'autres exigences sont à prendre en considération pour la construction des barres entrantes et sortantes. Comparativement aux précédentes, cette fois-ci, elles sont dimensionnelles. La première exigence est celle du rapport de la longueur de la barre ( $L$ ) sur son diamètre ( $\phi$ ). Etant donné que la barre doit impérativement permettre de transporter une onde unidimensionnelle, ce rapport doit être supérieur à vingt ( $\frac{L}{\phi} > 20$ ) en vue de générer une déformation homogène et uniaxiale et permettre lors du traitement des données la séparation des ondes incidente et réfléchie. Cette condition a d'ailleurs été vérifiée et renforcée par les travaux publiés par [17]. Une autre considération qui peut influencer la longueur de la barre est la déformation totale que l'on souhaite conférer à l'échantillon. Pour de très grandes déformations, le rapport longueur sur diamètre de la barre peut prendre des valeurs beaucoup plus importantes que 20 [18].

Le second critère de l'autre exigence est le rapport de la longueur d'onde ( $\lambda$ ) des signaux d'impact sur le diamètre de la barre. Ce rapport

doit être supérieur à cinq ( $\frac{\lambda}{\phi} > 5$ ) en vue de considérer la valeur de la vitesse de propagation de l'onde équivalente à la vitesse constante du milieu (vitesse de phase et vitesse de groupe).

## 4- Dépouillement

Le dépouillement des résultats, après exécution d'un essai de compression sur une installation de Kolsky, consiste à traiter les signaux de déformation enregistrés à l'aide des jauges de déformation placées à la surface des barres. Ce traitement est structuré en plusieurs étapes décrites ci-après et permet d'extraire la courbe contrainte-déformation du matériau testé à une vitesse de déformation spécifique. Cependant, après construction et avant dépouillement, une étape appelée calibration doit être menée. Le but de cette étape est de procéder à un étalonnage pour compenser les erreurs provenant des mesures et de la transmission [19]. Cela implique le calcul de facteurs de correction pour égaliser l'effet d'un probable désalignement ou un effet indésirable de l'opération de collage des jauges à la surface des barres [20].

### 4.1- Délimitation

La délimitation fait référence à la procédure d'identification du début et de la fin des signaux se référant à la propagation des ondes incidente, réfléchie et transmise. Le déroulement de cette étape exploite généralement la vitesse de la barre  $C_0$  et la distance séparant les jauges de déformation des faces de l'échantillon. Néanmoins, le choix manuel du début du signal de l'onde incidente et l'utilisation de la valeur théorique de la vitesse de la barre peut engendrer des erreurs. Par conséquent, une nouvelle méthode pour améliorer la précision de la délimitation a été proposée par [21].

### 4.2- Correction de la dispersion

Bien que le problème de la propagation des ondes mécaniques dans les barres cylindriques de longueur infinies ait été résolu par Pochhammer [22] et indépendamment par Chree [23], la plupart des traitements effectués sur les résultats issus des installations avec des

barres de Hopkinson sont basées sur l'hypothèse de l'approximation unidimensionnelle (analyse simplifiée). Expérimentalement, pendant la propagation des ondes, l'expansion ou la contraction longitudinale des éléments de la barre entraîne nécessairement une contraction ou une expansion latérale de ces derniers. Il résulte de ce mouvement une distribution non uniforme de la contrainte à travers la section de la barre. Cela implique que la forme de l'onde subit un changement et peut se déplacer à différentes vitesses sur le même trajet. Ce phénomène traduit la dispersion des ondes mécaniques dans les barres déformées élastiquement.

La contribution de la dispersion dans la distorsion d'une perturbation périodique a été démontrée par [24]. Avec la prise en charge de la dispersion géométrique, la correction de l'angle de phase s'écrit ([25], [26]) :

$$\delta = \delta_0 + \frac{nw_0 \Delta z}{c_0} \left( \frac{c_0}{c_n} - 1 \right) \quad (11)$$

Avec  $\delta_0$  et  $\delta$  sont les angles de phase respectivement à des distances  $z$  et  $z + \Delta z$ ;  $w_0$  est la pulsation;  $c_n$  est la vitesse de phase de l'harmonique  $nw_0$ .

Bien que des variantes de la méthode développée par [25] et [26] dans (11) pour analyser la dispersion ont été proposées [27, 28], ces derniers s'accordent à ne pas prédire la forme de la réponse de la barre à un impact. Dans cette optique, Gorham et Wu [29] ont proposé une méthode empirique de correction de phase avec une validation sur une installation de Hopkinson d'un petit diamètre (6,7 mm). Néanmoins, l'utilisation de la méthode empirique pour la correction de la dispersion géométrique est conditionnée par la dimension latérale de la barre et la forme de l'impacteur (génération d'une impulsion symétrique). De plus, l'introduction des barres de Hopkinson de grand diamètre pour l'étude du comportement dynamique des géo-matériaux (pierre, béton, etc.) rend l'utilisation de la méthode empirique sciemment inadaptée.

L'augmentation du diamètre des barres a fait resurgir deux autres problèmes. Le premier est associé au fait que, même si la fonction de chargement est appliquée uniformément à la barre, l'inertie latérale se traduira par une variation de la réponse le long de la section de la barre. En conséquence, il est probable que la lecture des déformations à la surface de la barre

par les jauges ne traduise pas efficacement la déformation moyenne de la barre dans le sens radial. Le deuxième problème est lié directement au rapport de la contrainte sur la déformation axiale (module de Young de la barre). A chaque point de la section de la barre, le module de Young n'est pas constant [29, 30]. De ce constat, il est à préciser que la dispersion géométrique affecte l'angle de phase de la composante fréquentielle du signal. En revanche, la distribution latérale de la contrainte ainsi que la variabilité du module de Young altèrent l'amplitude des composantes de Fourier de l'onde de propagation. La prise en charge de la déviation de l'amplitude des composantes de Fourier est assurée par l'introduction, pour la correction de la dispersion, de deux facteurs, notés généralement M1 et M2, liés conjointement aux vitesses de phase des composantes fréquentielles des ondes [29].

La détermination de la vitesse de propagation de l'onde revient à trouver la relation entre la vitesse de phase de chaque composante fréquentielle  $n$  et les autres paramètres ( $c_0$ , rayon de la barre ( $a$ ), la longueur d'onde ( $\lambda$ ) et le coefficient de Poisson ( $\nu$ )). Cette relation permettra d'aboutir à l'écriture d'une équation adimensionnelle sous forme :

$$\frac{c_n}{c_0} = fct \left( \frac{a}{\lambda} \right) \quad (12)$$

Pour une barre cylindrique de longueur infinie, la relation entre la vitesse de propagation de chaque composante fréquentielle d'une onde harmonique est donnée par les solutions de l'équation de fréquence [21, 22]), s'exprimant :

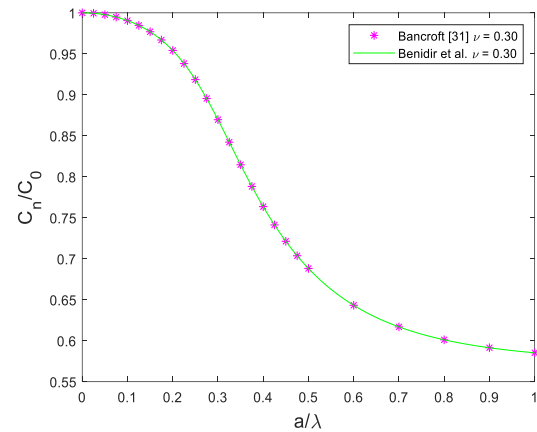
$$2 \frac{\alpha}{a} (\beta_1^2 + \gamma^2) J_1(\alpha a) J_1(\beta_1 a) - (\beta_1^2 - \gamma^2)^2 J_0(\alpha a) J_1(\beta_1 a) - 4\gamma^2 \alpha \beta_1 J_1(\alpha a) J_0(\beta_1 a) = 0 \quad (13)$$

avec  $a$  le rayon de la barre ;  $\alpha^2 = \frac{w^2}{c_1^2} - \gamma^2$ ;

$$\beta_1^2 = \frac{w^2}{c_2^2} - \gamma^2; \quad c_1^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho} \quad \text{et} \quad c_2^2 = \frac{\mu}{\rho};$$

$c_1$  et  $c_2$  sont respectivement les vitesses de l'onde de dilatation et de distorsion dans un milieu infini;  $J_n$  la fonction de Bessel de type  $n$ ;  $w$  est la pulsation et  $\gamma$  est le nombre d'onde.

Cependant, la résolution de cette équation n'est possible que numériquement. Des racines exactes et des solutions approximatives pour certains milieux avec des coefficients de Poisson spécifiques sont disponibles en littérature [31, 23, 10, 19]. Dans ce travail, un algorithme a été développé pour la résolution de cette équation suivant les travaux de [33]. La procédure s'appuie sur la méthode de Newton qui nécessite l'écriture analytique de la dérivée de l'équation de fréquence. Plus de détails sur cette méthode de résolution peuvent être trouvés sur [33] et [34]. La figure 3 montre l'évolution de la vitesse de phase en fonction de la longueur d'onde après résolution de l'équation de fréquence. Les solutions obtenues correspondent parfaitement aux valeurs publiées par [31]. L'algorithme développé donne aussi les vitesses de phase des modes supérieurs. Quelques racines des modes supérieurs sont rapportées dans le Tableau 2. Ces racines de l'équation de fréquence sont exploitées pour valider le traitement numérique de la dispersion. Cette validation est l'objet de la prochaine section.



**Figure 3.** Phase velocity as a function of the properties of the bar and the wavelength,  $\nu = 0.30$ .

**Figure 3.** Vitesse de phase en fonction des paramètres de la barre et de la longueur d'onde de l'impulsion,  $\nu = 0.30$ .

**Tableau 2.** Vitesse de phase pour les trois premiers modes de propagation selon la théorie de Pochhammer-Chree

**Tableau 2.** Phase velocity according to the theory of Pochhammer-Chree

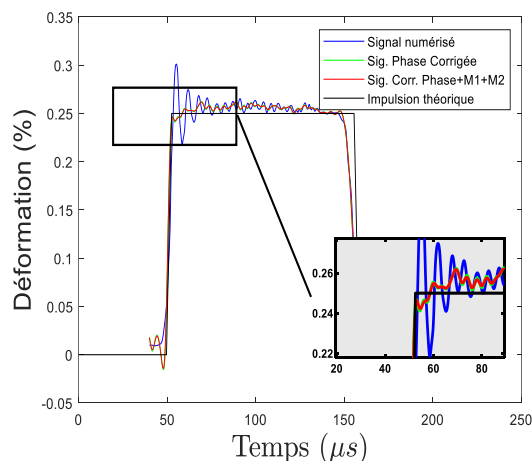
| $\nu$                 | $\frac{a}{\lambda}$ | $\frac{C_n}{C_0}$ |                  |                  |
|-----------------------|---------------------|-------------------|------------------|------------------|
|                       |                     | Mode 1            | Mode 2           | Mode 3           |
| 0,30                  | 0,5                 | <b>0,6881384</b>  | <b>1,0819522</b> | <b>1,3374196</b> |
| <b>Benidir et al.</b> |                     |                   |                  |                  |
| 0,30                  | 0,5                 | <b>0,68814</b>    | <b>1,08195</b>   | <b>1,33742</b>   |
| [33]                  |                     |                   |                  |                  |

### 4.3- Validation de la méthode numérique

En absence d'une installation expérimentale, le test de validation est mené comme suit :

- Numériser un signal expérimental présentant des oscillations hautes fréquences ;
- Traiter le signal en vue de supprimer le lobe principal causé par la dispersion ;
- Comparer le signal théorique au signal prédit par la méthode numérique.

Le choix du signal doit se référer à quelques critères de sélection notamment : i) un enregistrement pris sur une installation de Hopkinson où le projectile a été propulsé directement sur la barre (absence de façonneur d'onde) ; ii) l'emplacement de la jauge de déformation doit être à un endroit qui réduit les effets parasites de l'impact et ne présente aucune difficulté en vue de séparer le signal de l'onde incidente de celui de l'onde réfléchi ; iii) disponibilité des paramètres du milieu et de l'onde théorique. En se basant sur les critères listés ci-dessus, les données publiées par [25] peuvent être exploitées. La figure 4 montre le résultat du traitement effectué sur le signal de l'onde incidente récupéré par la numérisation du signal enregistré sur une barre de Hopkinson (voir figure 2 dans [25]). Le signal numérisé présente un lobe principal et de multiples oscillations résultant de l'effet de la dispersion. L'objectif est de retrouver l'allure du signal à l'origine de l'impact qui ne présente théoriquement aucune oscillation en supprimant complètement le lobe principal. Le traitement demande à introduire en premier les paramètres de la barre (module d'élasticité, coefficient de Poisson et vitesse de propagation des ondes) et la distance séparant l'emplacement de la jauge et celui de l'impact. Une fois l'estimation du déphasage effectuée, l'allure du signal de déformation supposée avoir été provoquée par l'impact est simulée. Le résultat de la simulation montre une suppression complète de la distorsion du signal provoquée par le lobe principal. De plus, l'introduction des paramètres M1 et M2 dans le calcul montre une légère réduction des amplitudes des oscillations en comparaison avec le résultat d'une correction de phase seulement.

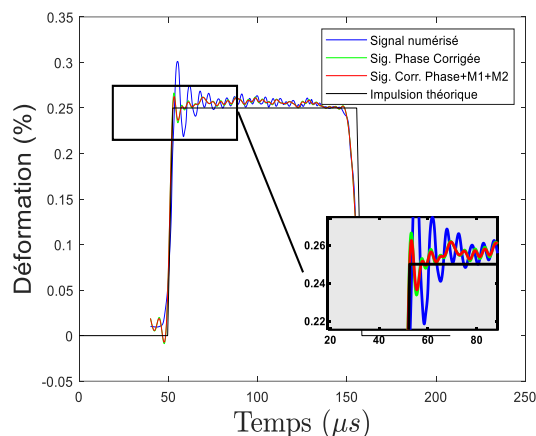


**Figure 4.** Dispersion correction of the incident wave ( $v = 0,29$ )

**Figure 4.** Correction de la dispersion du signal de l'onde incidente ( $v = 0,29$ )

Afin d'évaluer l'importance de disposer des vrais paramètres du milieu, une deuxième simulation a été effectuée en supposant que le coefficient de Poisson de la barre est égal à 0,27 (au lieu de 0,29). Il est important de noter qu'une modification de la valeur du coefficient de Poisson nécessite l'utilisation de valeurs distinctes des vitesses de phase et par conséquent une autre résolution de l'équation de fréquence. Les valeurs des autres paramètres de la barre ont été conservées. La figure 5 montre que l'amplitude du lobe principal n'a pas été totalement atténuée. L'écart de déformation enregistré est passé de 0.005 % à plus de 0.015 %. L'exploitation d'un tel signal peut engendrer des erreurs. Une des conséquences de cette mauvaise prédiction de l'effet de la dispersion sur les signaux de déformation est l'obtention d'une courbe contrainte-déformation non représentative de la réponse réelle de l'échantillon testé.





**Figure 5.** Dispersion correction of the incident wave after the modification of the Poisson ratio of the bar ( $\nu = 0.27$ )

**Figure 5.** Correction de la dispersion du signal incident avec modification du coefficient de Poisson du milieu ( $\nu = 0.27$ )

## 5- Exemple d'application

Cette partie détaille la dérivation d'une courbe contrainte-déformation à partir de signaux enregistrés sur des barres élastiques d'un diamètre de 155 mm, soumises aux conditions d'essai pour solliciter en dynamique une éprouvette cylindrique en béton d'un diamètre de 150 mm. L'installation est, à ce jour, considérée comme la plus grande au monde et elle est adaptée pour étudier le comportement du béton avec une dimension radiale standard. L'exemple qui sera traité porte sur le retraitement des données brutes d'un essai de compression réalisé sur une éprouvette dont les résultats ont été publiés par [16] (voir fig. 6 dans [16]). L'influence de l'application d'une nouvelle méthode de délimitation et la prise en charge de la dispersion sera analysée.

### 5.1- Description de l'essai

Les dimensions en longueur de l'impacteur, de la barre entrante et de la barre sortante de l'installation de Kolsky sont : 3 m, 10 m et 6 m respectivement. La masse volumique ( $\rho$ ) et le module d'élasticité ( $E$ ) des barres sont :  $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$  et  $E = 208 \text{ GPa}$ , respectivement. Les formes des ondes incidente, réfléchie et transmise sont récupérées à l'aide de demi-ponts de Wheatstone (figure 6), placés à mi-longueur de chaque barre. La relation entre la

tension de sortie  $U_0$  et la tension d'alimentation  $U_1$  est donnée en fonction de la variation de la résistance  $\Delta R$  par :

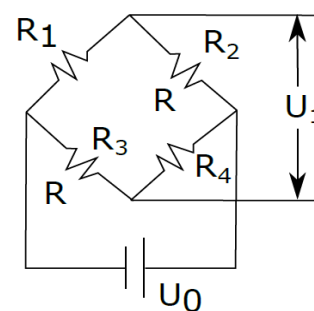
$$U_0 \approx \frac{1}{2} \frac{\Delta R}{R} U_1 \quad (14)$$

Avec  $R_1 = R_4 = R + \Delta R$  et  $R_2 = R_3 = R$ .

La déformation ( $\varepsilon$ ) est liée à la variation de la tension de sortie du demi-pont par :

$$\varepsilon = \frac{4 \times U_0}{K \times U_1 \times N \times G_F} \quad (15)$$

Avec  $K$  facteur de sensibilité des jauges de déformation ( $K = 2,08$ ) ;  $U_1 = 5 \text{ V}$  ;  $N$  nombre de bras (utile) dans le pont,  $N = 2$  ;  $G_F$  gain ( $G_F = 300$ ). La fréquence d'acquisition est de 2,5 MHz.



**Figure 6.** Half Wheatstone bridge.  
**Figure 6.** Demi-pont de Wheatstone.

L'éprouvette testée a été enveloppée de deux couches d'un polymère à base de fibres de carbone (figure 7), pour confiner le béton. Les quantités, les proportions des éléments constituant le béton ainsi que sa masse volumique ( $\rho$ ) sont données comme suit : ciment =  $357 \text{ kg/m}^3$ , eau/ciment = 0,56, granulat fin =  $666 \text{ kg/m}^3$  et granulat grossier =  $1184 \text{ kg/m}^3$ , masse volumique  $\rho = 2400 \text{ kg/m}^3$ .

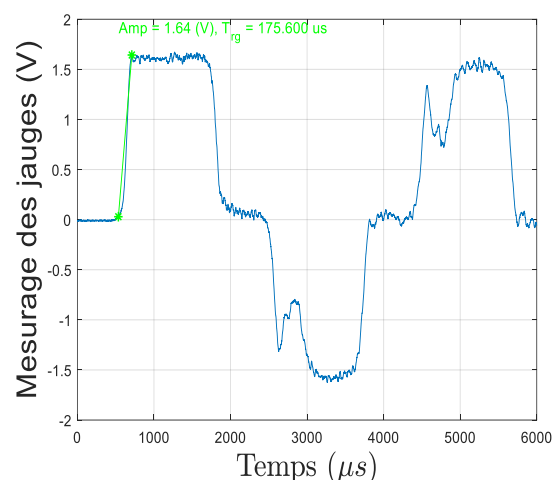


**Figure 7.** Tested concrete specimen wrapped by two layers of carbon fiber reinforced polymer [15].

**Figure 7.** Epreuve en béton testée, enveloppée de deux couches minces d'un polymère à base de fibres de carbone [15].

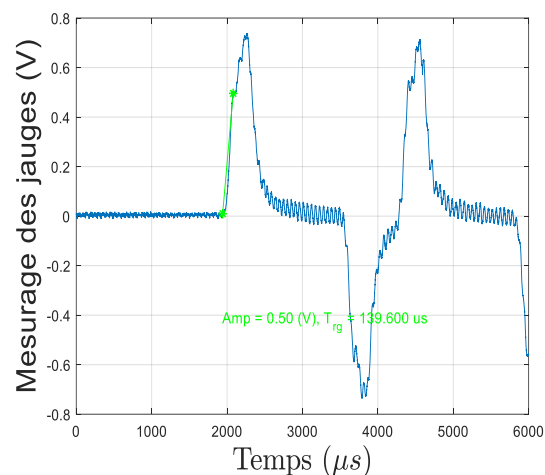
## 5.2- Traitement des données

Les figures 8 et 9 montrent les sorties des ponts de Wheatstone placés à la surface des barres incidente et de transmission respectivement. La forme de l'onde compressive générée par l'impact du projectile peut être identifiée entre l'intervalle de temps [0 : 2300]  $\mu$ s (figure 8). L'onde partiellement réfléchi à l'interface barre-échantillon est décrite par l'allure du signal enregistré couvrant l'intervalle de temps [2400 : 4000]  $\mu$ s. La forme de l'onde transmise à la seconde barre ayant subi une deuxième décomposition à l'interface échantillon-barre est donnée en figure 9. Dans cette étude, un façonneur d'onde a été utilisé pour contrôler la forme et le temps de montée de l'onde incidente. La tension en volt à la sortie des ponts associée au premier pic et le temps de montée pour les ondes incidente et transmise sont mentionnés et respectivement notés Amp et  $T_{rg}$ . Le temps de montée correspond à l'intervalle de temps décrivant le passage de la sortie de pont de Wheatstone de 2 à 100 % du premier pic (Amp). Cette technique est adoptée pour la délimitation des signaux des ondes incidente et réfléchi où le début et la fin de chaque signal d'onde sont associés à un pourcentage de l'amplitude maximale du premier lobe (environ 0,5%). Pour l'onde de transmission, l'algorithme décrit par [21] a été utilisé.



**Figure 8.** Gauge recording at the input bar.

**Figure 8.** Enregistrement sur la barre entrante



**Figure 9.** Voltage vs. Time gauge recording on the output bar

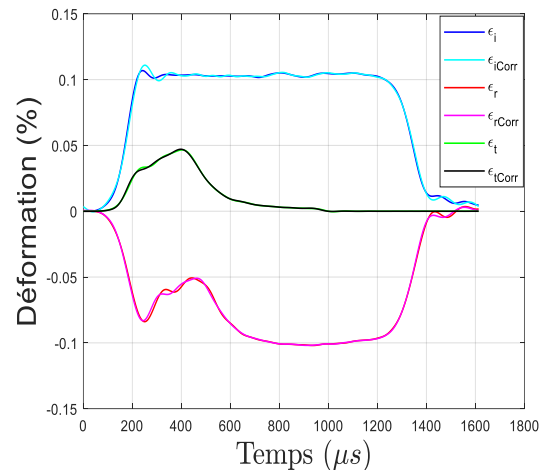
**Figure 9.** Enregistrement tension-temps sur la barre sortante

Les résultats de la délimitation avant et après correction de la dispersion des déformations correspondant aux trois ondes incidente, réfléchi et transmise sont donnés dans la figure 10. L'utilisation d'un façonneur d'onde semble réduire considérablement l'influence de la dispersion sur la distorsion des signaux de déformation. Cependant, l'hypothèse appuyant la possibilité d'exploiter les données brutes sans recourir à la correction de la dispersion pour les essais effectués avec façonneur d'onde, semble montrer ses limites. En effet, sur la figure 11 quand seulement la nouvelle méthode de délimitation est appliquée, on observe après construction de la courbe contrainte-

déformation que l'évolution de la contrainte moyenne  $\sigma$  n'obéit pas à l'évolution d'un comportement en compression d'un béton en dynamique rapide. Selon Sercombe [36], la réponse en dynamique d'un béton en fonction de la contrainte moyenne sous sollicitation uniaxiale en compression est décomposée en trois parties :

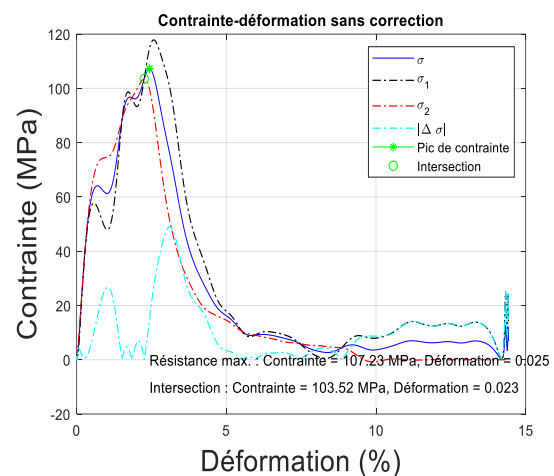
- De 0 - 0.3 du pic de contrainte : domaine élastique (déformation réversible) ;
- De 0.3 - 0.75. . . 0.9 du pic de contrainte : domaine plastique, fissurations stables caractérisées par une propagation lente des microfissures jusqu'à leurs coalescence ;
- De 0.75. . . 0.9 – 1.0 du pic de contrainte : domaine plastique, fissurations instables caractérisées par une propagation rapide des macro-fissures.

De plus, l'évolution des contraintes de part et d'autre des extrémités de l'échantillon ( $\sigma_1, \sigma_2$ ) laisse prédire un problème d'impédance tel que décrit par [37]. Cependant, après avoir introduit les corrections pour compenser l'effet de la dispersion, l'évolution de la contrainte moyenne est dérivée et la validation du résultat peut être discutée, figure 12. Pour l'identification de la vitesse de déformation, une valeur moyenne de cette vitesse de déformation notée ASR, pour Average Strain Rate, est régulièrement adoptée pour la classification des essais. Cette moyenne est définie comme le rapport entre la déformation totale et le temps de chargement qui lui y assigné. Pour cet essai, cette valeur s'élève à environ  $77 \text{ s}^{-1}$ .



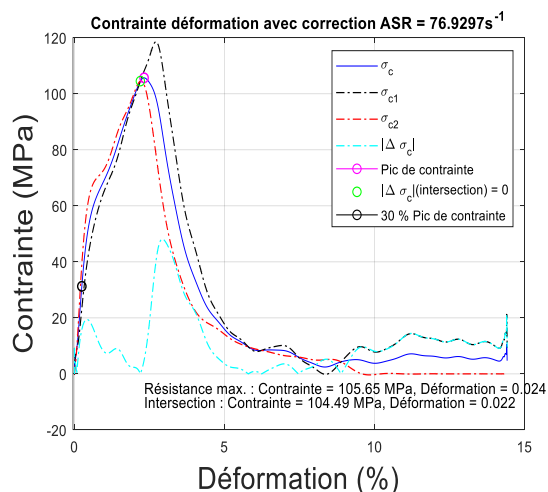
**Figure 10.** Delimitation and shifting of strain signals to bar-specimen interfaces with dispersion correction of strains converted from tensions shown in figures (8) and (9)

**Figure 10.** Délimitation et transport des signaux de déformation aux interfaces de l'échantillon avec correction de la dispersion des signaux de déformation convertis des tensions données aux figures (8) et (9)



**Figure 11.** Stress-strain curve without correction of dispersion

**Figure 11.** Courbe contrainte-déformation sans correction de dispersion

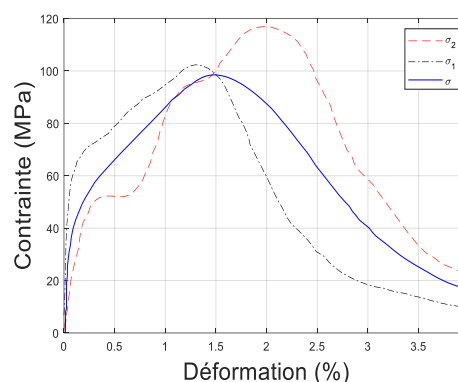


**Figure 12.** Stress-strain curve with the correction of the dispersion

**Figure 12.** Courbe contraincte-déformation avec correction de la dispersion

La validation de ce résultat doit être complétée par la vérification de deux coefficients,  $R(t = t^*)$  et  $CSR_F$ , liés respectivement à l'équilibre mécanique et à la constance de la vitesse de déformation. Ces deux valeurs sont inférieures aux valeurs limites exigées pour la validation d'un essai en compression ( $R(t = t^*) = 5$ ,  $CSR_F = 6.7168 \times 10^{-8}$ ). Par conséquent, le calcul du facteur d'amplification dynamique (DIF) est à prendre en considération. Pour rappel, ce facteur désigne le rapport entre la résistance maximale en dynamique et la résistance en quasi-statique. Un point important est à signaler sur l'élanement de l'échantillon, le rapport entre sa longueur et son diamètre est de 0,5. L'échantillon a eu une résistance en quasi-statique, à 28 jours, de 82 MPa et la résistance maximale obtenue à la rupture en dynamique est de 105.65 MPa. Par conséquent, le DIF s'élève à 1,28. Ce résultat est d'une importance capitale car il démontre que la prise en charge de la dispersion et l'application d'une nouvelle méthode pour la délimitation des signaux permet d'obtenir une valeur de la résistance à la compression du béton légèrement supérieure à celle trouvée par [16] (figure 13). L'écart est estimé à plus de 5 %. Un autre point de prime importance mérite d'être rapporté et il s'agit de la déformation. L'augmentation de la résistance à la compression est aussi accompagnée par une déformation importante à la rupture, 2,4 %. Moyennant les mêmes conditions expérimentales, une déformation à la

rupture de l'ordre de 1,5 % a été obtenue dans [16]. Cette différence est probablement liée à la méthode de traitement adoptée pour la délimitation et la non-prise en compte de l'effet de la dispersion.



**Figure 13.** Stress-strain curve obtained by [16] (see fig.6d in [16])

**Figure 13.** Courbe contraincte-déformation obtenue par [16] (voir fig.6d dans [16])

## 6- Conclusions

Dans ce travail une revue sur le développement et l'utilisation des installations de Kolsky est proposée. Ce type d'installation autorise l'étude du comportement dynamique des matériaux à des vitesses de déformation élevées. L'importance des procédures de traitement comme la délimitation et la correction de la dispersion est mise en lumière. Un exemple d'application, obtenu à l'aide d'un dispositif avec des barres de Hopkinson d'un diamètre de 155 mm, a été intégré. Les principales conclusions sont données comme suit :

- L'application d'une méthode de délimitation appropriée des signaux de déformation enregistrés à la surface des barres est capitale pour la construction d'une courbe contraincte-déformation représentative des chargements et des réponses. Dans ce travail, une nouvelle méthode a été proposée et implémentée avec succès.
- L'importance de la correction de la dispersion a été mise en exergue. Cela passe par la résolution numérique de l'équation de fréquence où des racines de plusieurs modes ont été rapportées.
- Un exemple d'application décrivant un test sur une éprouvette en béton confiné effectué à l'aide d'une installation de

Kolsky avec des barres d'un diamètre de 155 mm a été présenté. Les résultats de l'essai validé ont montré l'obtention d'un facteur d'amplification dynamique de l'ordre de 1,28 pour une vitesse de déformation d'environ  $77 \text{ s}^{-1}$ .

- La réponse d'un béton confiné à une sollicitation en dynamique a permis d'enregistrer une déformation importante à la rupture de l'ordre de 2,4 %.

### Références bibliographiques

- [1] Nemat-Nasser S., Introduction to high strain rate testing, ASM Handbook Vol 8, Mechanical Testing and Evaluation, ASM Int, Materials Park OH, 427–428, 2000.
- [2] Hopkinson B. A method of measuring the pressure in the deformation of high explosives by the impact of bullets. Philos Trans R Soc. A213, pp 437–52, 1913.
- [3] Taylor G.I. The testing of materials at high rates of loading. Journal of the Institution of Civil Engineering, Vol. 26, pp 486-519, 1946.
- [4] Kolsky H. An investigation of the mechanical properties of materials at very high rates of loading. Proceeding of Physical Society Section B, Vol.62, pp 676–700, 1949.
- [5] Hasan A.S.M.Z., Hamid R., Ariffin A.K., Gani R. Stress-Strain Behaviour of Normal Strength Concrete Subjected to High Strain Rate. Asian Journal of Applied Sciences, Vol. 3, n° 2, pp 145-152, 2010.
- [6] Pajak M. The influence of the strain rate on the strength of concrete taking into account the experimental techniques. Architecture Civil Engineering Environment. Vol. 3, pp 77-88, 2011.
- [7] Rossi P. A physical phenomenon which can explain the mechanical behavior of concrete under high strain rates, Materials and Structures, Vol.24, pp 422–424, 1991.
- [8] Cadoni E., Labibes K., Albertini C., Berra M. and Giangrasso M. (2001). Strain-rate effect on the tensile behaviour of concrete at different relative humidity levels. Materials and Structures. Vol. 34, pp 21–26, 2001.
- [9] Reinhardt H.W. and Weerheijm J. Tensile fracture of concrete at high loading rates taking into account of inertia and crack velocity effects. International Journal of Fracture, Vol.51, n° 1, pp 31–42, 1991.
- [10] Kolsky H. Stress Waves in Solids. Dover Publications, New York, 1963.
- [11] Felice C. W. The response of soil to impulse loads using the split-Hopkinson pressure bar technique. Final report, Air force weapons laboratory, 1986.
- [12] Rinehart, J. S. Stress Transients in Solids. HyperDynamics, Santa Fe, New Mexico, 1975.
- [13] Ravichandran G. and Subhash G. Critical appraisal of limiting strain rates for compression testing of ceramics in a split Hopkinson pressure bar, Journal of the American Ceramic Society. Vol. 77, pp 263–267, 1994.
- [14] Liao H. and Chen W. W. Specimen-Bar Impedance Mismatch Effects on Equilibrium and Rate Constancy for Kolsky Bar Experiments. Experimental Mechanics. Vol. 58, pp 1439–1449, 2018.
- [15] Hassan M. and Wille K. Experimental impact analysis on ultra-high-performance concrete (UHPC) for achieving stress equilibrium (SE) and constant strain rate (CSR) in Split Hopkinson pressure bar (SHPB) using pulse shaping technique, Constr. Build. Mater. Vol. 144, pp 747–757, 2017.
- [16] Xiong B., Demartino C. and Xiao Y. High-strain rate compressive behavior of CFRP confined concrete: Large diameter SHPB tests. Construction and Building Materials. Vol. 201, pp 484–501, 2019.
- [17] Tyas A. and Watson A. J. A study of the effect of spatial variation of load in the pressure bar. Measurement Science and Technology, Vol.11, pp 1539–1551, 2000.
- [18] Follansbee P.S. The Hopkinson Bar. In ASM Handbook, Mechanical Testing, American Society for Metals, Vol.8; p. 198–203, 1985.



- [19] GRAY G. T. III, Classic split Hopkinson pressure bar testing, ASM handbook 8, pp 462–476, 2000.
- [20] Gama B. A., Lopatnikov S. L., Gillespie J. W. Jr, Hopkinson bar experimental technique: a critical review, Appl. Mech. Rev. 57, pp 223–250, 2004.
- [21] Larbi G., Tarfaoui M., Osmani H., Aboulghit E.M.A. A practical note for SHPB test with new algorithms for delimiting pulses. Composite Structures. Vol. 126, pp 145-158, 2015.
- [22] Pochhammer L., On the propagation velocities of small oscillations in an unlimited isotropic circular cylinder, J. Reine Angewandte Math 81-324, 1876.
- [23] Chree C. The equation of an isotropic elastic solid in polar and cylindrical coordinates, their solution and application, Trans. Cambridge Philos. Soc.–1889.–Pt 3, pp 250–369, 1889.
- [24] Davies R.M. A critical study of the Hopkinson pressure bar. Philos Trans Roy Soc London A, Vol. 240, pp 375-457, 1948.
- [25] Gorham D., A numerical method for the correction of dispersion in pressure bar signals, Journal of Physics E : Scientific Instruments. Vol. 16, pp 477-479, 1983.
- [26] Follansbee P.S. and Frantz C. Wave propagation in the split Hopkinson pressure bar. Journal of Engineering Materials and Technology, Vol. 105, n° 1, pp 61-66, 1983.
- [27] Lee C.K.B. and Crawford R.C. A new method for analyzing dispersed bar gauge data. Measurement Science and Technology, Vol. 4, pp 931-937, 1993.
- [28] Lifshitz J.M. and Leber H. Data processing in the split Hopkinson pressure bar tests. International Journal of Impact Engineering, Vol. 15, n° 6, pp 723-733, 1994.
- [29] Gorham D.A. and Wu X.J. An Empirical Method of Dispersion Correction in the Compressive Hopkinson Bar Test. J. PHYS IV FRANCE, Vol.7, pp 223-228, 1997.
- [30] Tyas A. and Watson A. J. An investigation of frequency domain dispersion correction for pressure bar signals. International Journal of Impact Engineering, Vol. 25, pp 87–101, 2001.
- [31] Merle R. and Zhao H. On the errors associated with the use of large diameter SHPB, correction for radially non-uniform distribution of stress and particle velocity in SHPB testing. International Journal of Impact Engineering, Vol. 32, pp 1964–1980, 2006.
- [32] Bancroft D. The Velocity of Longitudinal Waves in Cylindrical Bars. The Physical Review, New York, Vol. 59, pp 588-593, 1941.
- [33] S. E. Rigby, A. D. Barr, M. Clayton, A review of Pochhammer-Chree dispersion in the Hopkinson bar, Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Engineering and Computational Mechanics, Vol. 171, pp 3–13, 2018.
- [34] Brizard D. and Jacquelin E. (). Uncertainty quantification and global sensitivity analysis of longitudinal wave propagation in circular bars. Application to SHPB device. International Journal of Solids and Structures. Vol. 134, pp 264-271, 2018.
- [35] Zhao H. and Gary G. A Three-dimensional analytical solution of the longitudinal wave propagation in an infinite linear viscoelastic cylindrical bar: Application to experimental techniques. J. Mech. Phys. Solids, Vol.43, n° 8, pp 1335-1348, 1995.
- [36] Sercombe J. Modélisation du comportement du béton en dynamique rapide. Application au calcul des continus à haute intégrité, Ph.D. thesis, École nationale des ponts et chaussées (France), 1997.
- [37] Klepaczko J. Introduction to experimental techniques for materials testing at high strain rates, Institute of Aviation Scientific Publication Group, 2007.